

# КАФЕДРА ВЫСШЕЙ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ

Специальный курс по выбору кафедры

## Приложения комплексных бордизмов в эквивариантной топологии

чл.-корр. РАН В. М. Бухштабер, проф. Т. Е. Панов, к.ф.-м.н. Н. Ю. Ероховец

Мы рассмотрим различные конструкции эквивариантных родов стабильно комплексных многообразий с действием тора  $T^k$ . Эти конструкции основаны на понятии универсального торического рода  $\Phi$ , заданного на стабильно комплексных  $T^k$ -многообразиях и принимающего значения в кольце комплексных кобордизмов  $U^*(BT^k)$  классифицирующего пространства. Универсальный торический род  $\Phi$  определяется как универсальное преобразование между геометрической, гомотопической и борелевской версиями эквивариантных кобордизмов. Эта конструкция восходит к работам том Дика, Кричевера и Лёффлера 1970-х годов. Универсальный торический род  $\Phi$  является эквивариантным аналогом универсального рода Хирцебруха, соответствующего тождественному гомоморфизму кольца комплексных кобордизмов  $\Omega_U$  в себя.

Впервые эквивариантные расширения родов рассматривались в работах Атьи и Хирцебруха, которые в 1970 г. доказали свойство жёсткости  $\chi_y$ -рода на многообразиях с действием окружности. Источником этих понятий является формула Атьи-Ботта для неподвижных точек, которая также послужила катализатором развития эквивариантной теории индекса операторов. Одним из важнейших достижений этой теории явился знаменитый результат Ботта и Таубса о жёсткости эллиптического рода Опанина-Виттена на спин-многообразиях с действием окружности. Мы опишем новый подход к эквивариантным родам и жёсткости, основанный исключительно на теории комплексных кобордизмов. Этот подход позволяет определить эквивариантное расширение и соответствующее понятие жёсткости для произвольного рода Хирцебруха. При этом наш подход согласуется с классическим подходом к эквивариантным родам в рамках теории индекса в случае, когда род является индексом эллиптического комплекса.

Теоремы локализации в эквивариантных обобщённых теории когомологий доказывались в работах том Дика, Квиллена, Кричевера, Кавакубо и др. Мы выведем наиболее общую локализационную формулу для универсального торического рода  $\Phi$  в терминах данных неподвижных точек. Будут даны иллюстрирующие примеры и получены результаты о свойствах родов Хирцебруха и их эквивариантных расширений.

Продолжительность: 1 семестр, форма отчетности: экзамен.

### Программа курса

1. Элементы теории формальных групп.
2. Формальная группа геометрических кобордизмов.
3. Роды Хирцебруха (комплексный случай).
4. Теорема Ландвебера о точном функторе.
5. Роды Хирцебруха (ориентированный случай). Род Кричевера.
6. Эквивариантные роды.
7. Жёсткость эквивариантных родов.
8. Послойная мультипликативность родов Хирцебруха.
9. Теорема об эквивалентности жёсткости и послойной мультипликативности.

10. Формула локализации для универсального торического рода.
11. Формулы локализации для эквивариантных родов Хирцебруха и характеристических чисел.
12. Обобщённая формула Атья-Хирцебруха.
13. Квазиторические многообразия и роды Хирцебруха.
14. Роды Хирцебруха однородных пространств компактных групп Ли.
15. Жёсткость и  $CP^2$ -мультипликативность. Жёсткость для  $SU$ -многообразий и  $S^6$ . Род Кричевера.
16. Жёсткость для  $HP^2$  и  $OP^2$ . Дальнейшие примеры и задачи.